

# Formulación de una estrategia didáctica para la enseñanza del cálculo diferencial

Rubén Darío Castañeda B.\*

**Resumen** ■ El presente trabajo tiene como objetivo proponer una estrategia didáctica que promueva el aprendizaje de la derivada a partir del estudio de los conocimientos previos que poseen los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad Católica de Colombia sobre el concepto de la derivada. Se planteó dentro del enfoque cualitativo interpretativo, estudiando una realidad educativa, con un diseño metodológico descriptivo interpretativo, de alcance exploratorio y descriptivo que permite cumplir el objetivo de investigación. Presenta los conocimientos previos a fin de interpretarlos y diseñar la estrategia didáctica. Los resultados muestran que, para el cálculo del límite, el enfoque es netamente algorítmico. Además, a pesar de que existe claridad en torno a los conceptos de pendiente y de función lineal, esta no existe cuando se trata de la interpretación geométrica de la gráfica de otro tipo de funciones. Adicional a lo anterior, se evidenciaron grandes deficiencias de tipo operacional en la parte aritmética y de productos notables y factorización de polinomios así como identificación de variables y su relación entre ellas. Con base en los resultados, se diseñó una estrategia didáctica, con un análisis y secuenciación de contenidos, recursos pedagógicos y actividades que van desde una fase exploratoria, de refuerzo y activación, de significación, aplicación y generación de conocimiento, hasta una actividad de transferencia de conocimiento.

**Palabras clave:** conocimientos previos, aprendizaje significativo, estrategias didácticas

**Abstract** ■ Job that aims to develop a teaching strategy that promotes meaningful learning from the study of previous knowledge that students in the second semester of engineering at Catholic University of Colombia have on the concept of the derivative. It arises in the interpretative qualitative approach, studying an educational reality, with an interpretive descriptive methodological design, an explorer and descriptive scope that allows fulfilling the objective of the research. Describes the knowledge background to interpret and design the teaching strategy. The results show that for the calculation of the limit, the focus is purely algorithmic. Also, that the concept of slope and linear function is clear, it does not exist when it comes to the geometric interpretation of the graph of other functions. In addition to the above major operational deficiency type in the arithmetic part and remarkable products and factoring polynomials and identification of variables and the relationship between them are found. Based on the results, a teaching strategy is designed with an analysis and sequencing of the contents, didactic resources and activities from exploration, reinforcement and activation, with significance, application and generation of knowledge, to a knowledge transfer activity.

**Keywords:** prior knowledge, meaningful learning, teaching strategies.

**Introducción** ■ La matemática, y en especial el cálculo, han sido de gran importancia para el desarrollo y avance científico y tecnológico de la sociedad. Se puede afirmar que en esos avances se encuentran implícitos conceptos matemáticos. Un concepto matemático viene dado por sus atributos y por las relaciones existentes entre ellos (Godino, 1994, pp. 325-355): en las comunicaciones, la medicina, en el desarrollo de investigaciones de toda índole, se requiere en diferentes medidas de conceptos matemáticos, entre los que se encuentran, por ejemplo, la función, la derivada y la integral, entre otros. En este contexto el cálculo ha sido fundamental para el mejoramiento de la calidad de vida porque, entre otras razones ha hecho más seguros los medios de transporte, gracias a diseños modernos y a soluciones como el *air bag*; ha modernizado la tecnología en la medicina, con el uso del láser para hacer mejores operaciones, y otras más, que no solo el cálculo diferencial ha aportado, sino en general la aplicación de la matemática como un quehacer de un ingeniero y en general de cualquier científico.

Las matemáticas, según los currículos de las facultades de ingeniería son consideradas como eje transversal para la formación del ingeniero desde el inicio de su carrera y el cálculo diferencial dentro de ella, una pieza fundamental. Su aprendizaje implica un gran reto para los estudiantes por constituirse en una herramienta, un lenguaje para visualizar, comprender e interpretar el mundo que lo rodea. La derivada es la base para comprender conceptos más complejos, diversas aplicaciones suponen la construcción de modelos de la realidad. El proceso de modelización matemática es una actividad científica que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias. En los últimos años se han

\* Docente Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Católica de Colombia. Contacto: rcastanedab@ucatolica.edu.co

realizado investigaciones que pueden ser fácilmente manipuladas para, de manera creativa diseñar, deducir, simular e inferir sobre ellos; y si representan una situación problema, es posible mediante su manipulación, plantear posibles alternativas de solución, todo ello en cualquier área del conocimiento.

## Soportes teóricos

### Aprendizaje

La primera pregunta que surge es ¿qué es aprendizaje? Definición 1: “El aprendizaje puede definirse como el proceso por el cual se produce un cambio, más o menos permanente, en el comportamiento o se adquiere un conocimiento” (Rubio y Álvarez, 2010, p. 4). El término aprendizaje se deriva del latín *apprehendere* que significa, coger, adquirir, hacer propio, tomar conocimiento de retener. El aprendizaje es la acción de aprender algo, de tomar posesión, de algo no incorporado al comportamiento del individuo.

Definición 2: el aprendizaje es el acto por el cual el estudiante modifica su comportamiento, como consecuencia de una motivación o de una misma situación en la que se encuentra inmerso.

Definición 3: dentro del contexto universitario significa hacer propios los contenidos de la enseñanza, es decir, aquella que se recibe en las aulas universitarias en el sistema educativo de la educación superior, teniendo como soporte el currículo previamente establecido, con las directrices y objetivos orientados hacia la profesión de ingeniero. De esta manera se centra el interés en las estrategias de aprendizaje.

Definición 4: “Una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea intencionalmente como recurso flexible, para aprender significativamente y para solucionar problemas y demandas académicas” (Díaz Barriga, Castañeda y Lule, 1986) dando especial importancia al estudio de los cono-

cimientos previos que poseen los estudiantes (Sánchez, García y Llinares, 2008), sobre el concepto de derivada, pues como se evidencia en investigaciones realizadas sobre el tema, el mejoramiento del aprendizaje y el éxito estudiantil se deben en gran medida al diseño y aplicación de estrategias de aprendizaje que buscan reforzar, activar, y profundizar los conocimientos previos y promover el aprendizaje, dejando de lado las prácticas pedagógicas tradicionales como enunciar definiciones, hacer ejemplos y poner una serie de ejercicios para resolver.

Este trabajo representa un aporte porque pretende una formación de calidad del ingeniero egresado, teniendo en cuenta el contexto cultural de los estudiantes y el aprendizaje por competencias implementado por la Universidad Católica de Colombia. El estudio de los conocimientos previos que tienen los estudiantes que ingresan al curso cálculo diferencial de primer semestre de ingeniería proporcionará al docente un panorama o un punto de partida de los elementos de juicio para diseñar una estrategia didáctica que refuerce, active y profundice esos conocimientos previos y en consecuencia mejore el aprendizaje del concepto de la derivada. El cálculo diferencial es una: “Asignatura que en el sistema educativo superior ocupa un lugar privilegiado, siendo la materia a la que más estudio se le dedica y que mayor reprobación tiene en la educación superior”, Albert (1996) y Cantoral (2003, p. 4).

### Estrategias de aprendizaje

En el trabajo se tuvo en cuenta el modelo de aprendizaje que tiene su cimiento en el empleo de estrategias dentro del aula de clase, con base en el modelo educativo y evaluativo institucional centrado en la enseñanza por competencias.

#### Definición 5: Competencia:

Una combinación de atributos (con respecto al conocimiento y sus aplicaciones, actitudes, destrezas y responsabilidades) que describen el nivel logrado de suficiencia con que

una persona es capaz de desempeñarlos. Una competencia integra los órdenes del [...] conocer y comprender (conocimiento teórico de un campo académico, la capacidad de conocer y comprender), del saber cómo actuar (la aplicación de la práctica y operativa del conocimiento a ciertas situaciones), del saber cómo ser (los valores como parte integrante de la forma de percibir a los otros y vivir en un contexto social) (Proyecto Tuning, 2007, p. 71).

Dentro de este modelo se considera al sujeto como la base fundamental de las diferentes actividades de los estudiantes y al docente como un inductor y orientador del proceso, teniendo en cuenta bases de la teoría constructivista donde solo es posible que el conocimiento sea un proceso que se construye y se evidencia con la verificación de las competencias (Negrete J., 2010).

Los profesores hoy deben saber de su disciplina completamente y además deben tener la capacidad de promover en los estudiantes el aprendizaje de estos conocimientos. Para lograr el anterior objetivo, deben definir algunas estrategias con el fin de potenciar el aprendizaje de los discentes.

Es importante saber que las estrategias de aprendizaje deben alcanzarse en razón a una automotivación personal del estudiante; se ejecutan voluntariamente y de manera intencional, de tal manera que él desee aprender, recordar o solucionar un problema sobre un contenido de aprendizaje sobre el concepto de la derivada y su aplicación en los contextos de la disciplina, la formación profesional y en situaciones de la misma profesión.

## Formulación de la estrategia didáctica

### Presentación

Teniendo en cuenta el resultado del análisis de los conocimientos previos que poseen los estudiantes de primer semestre de ingeniería, los conceptos teóricos del cálculo diferencial para el aprendizaje de la derivada, los conocimientos didácticos, pedagógicos y teóricos, que sustentan el trabajo se presentaron las implicaciones didácticas, pedagógicas

y teóricas que determinaron la secuencia y selección de contenidos, actividades y recursos didácticos para el diseño de la propuesta de la estrategia didáctica que promueva aprendizaje.

Para la formulación de la estrategia se tuvieron en cuenta tres aspectos básicos a considerar en cuanto a contenidos se refiere: una primera parte en relación con la aritmética y el álgebra para cubrir algunas de las deficiencias que, según estadísticas, las respuestas correctas no superan el 20 %; esto significa que se desconocen algunos contenidos que fueron la base fundamental para la formulación de la estrategia con los componentes pedagógico, didáctico, de aprendizaje y la teoría de la disciplina, esenciales para motivar a los estudiantes a aprender más sobre la derivada desde una perspectiva geométrica y con el paso al límite.

## Objetivos de aprendizaje

- Capturar la atención y generar motivación sobre el estudio de la derivada.
- Identificar y estudiar los conocimientos previos necesarios para el aprendizaje de la derivada.
- Reforzar y activar conceptos básicos de aritmética y álgebra.
- Experimentar en situaciones que permitan adquirir y aplicar el conocimiento sobre funciones y variación.
- Desarrollar habilidades para la generación y transferencia del conocimiento.

## Análisis y secuenciación de contenido

Los contenidos que se tuvieron en cuenta para diseñar la estrategia didáctica con base en el aprendizaje por competencias y mejorar el aprendizaje de la noción de la derivada, se abordaron de la siguiente manera: *Operaciones y elementos básicos* de aritmética, álgebra, geometría y trigonometría. *Conceptos* como:

área, volumen, distancia y velocidad; variable, variable independiente, variable dependiente, función, dominio, rango, intervalo, función creciente, función decreciente, máximos y mínimos (relativos y absolutos), bosquejo y trazado de gráficas de funciones. *Procedimientos* como: calcular razones trigonométricas, usar el teorema de Pitágoras y las fórmulas para calcular áreas y volúmenes, despejar variables y realizar operaciones algebraicas.

De tal manera que con esa secuencia, los estudiantes durante el curso de cálculo diferencial evidenciaron diferentes dificultades, relacionadas en su mayoría con la aplicación del concepto de derivada a la resolución de problemas de aplicación, pues es necesario conocer y dominar las nociones básicas para aprender los siguientes conceptos. Adicionalmente, en su desempeño profesional, muchos de ellos se enfrentarán a diversos escenarios que demandan la construcción de modelos matemáticos para describir, analizar y resolver problemas, para los cuales se requiere utilizar la derivada, cuando se trata de optimizar magnitudes como el costo, el tiempo, la cantidad de material, etc.

Así, en la propuesta no se pretendió hacer una secuencia diferente, se trató de tener como punto de partida los conocimientos previos de los estudiantes, para favorecer y facilitar el aprendizaje del concepto.

## Actividades y recursos didácticos

Para poner en marcha la estrategia de aprendizaje se propusieron las siguientes actividades y recursos didácticos:

**Actividad 1. Exploratoria:** enfocada a capturar la atención y generar la motivación de los estudiantes.

**Actividad 2. Identificación de conocimientos previos:** actividad necesaria y punto de partida en el proceso de aprendizaje significativo para conocer lo que saben los estudiantes. Desarrollada en este trabajo de investigación: identifica y estudia los conocimientos previos que poseen los estudiantes.

**Actividad 3. Refuerzo y activación:** orientada a la activación de los conocimientos previos de los estudiantes y a “generarlos cuando no existan” (Díaz Barriga, 2010, p. 144), llenando los vacíos conceptuales.

**Actividad 4. Generadora de información y significación del conocimiento:** busca que los estudiantes activen, reflexionen y compartan los conocimientos previos sobre temas como funciones y gráficas, y que los utilicen para articularlos con los nuevos conocimientos.

**Actividad 5. Aplicación del conocimiento:** pretende la consolidación del aprendizaje buscando que el estudiante resuelva problemas en situaciones reales o posibles.

**Actividad 6. Generación de conocimiento:** para que el estudiante plantee y desarrolle un pequeño proyecto de investigación con un problema de aplicación en el que su conocimiento le permita identificar una situación problema, definir objetivos, plantear una alternativa de solución con una metodología determinada, resolver el problema con el conocimiento adquirido, presentar el resultado y las conclusiones.

**Actividad 7. Transferencia de conocimiento:** se plantea una actividad académica de socialización de resultados de los microproyectos de investigación, con el fin de reestructurar el propio conocimiento y de evaluar el de los compañeros, haciendo una reflexión sobre el proceso para que exista una autoevaluación, evaluación entre pares (con los compañeros) y heteroevaluación con el profesor.

**Resultados** ■ Como se encontraron evidencias de deficiencia en contenidos básicos, se inició con actividades de refuerzo para llenar esos vacíos conceptuales, con actividades que promueven un trabajo colaborativo. Dado que los grupos son heterogéneos se aprovecharon sus contrastes para organizar grupos conformados por estudiantes que se encuentren en diferentes niveles, y que mediante el trabajo con



pares y la orientación del docente, se logre llenar los vacíos y alcanzar aprendizajes por competencias.

Las actividades que hacen parte de la estrategia deben ser abordadas desde *el aprendizaje*, teniendo en cuenta que el estudiante debe cambiar su rol pasivo de receptor de información, y convertirse en parte activa, buscando que se cuestione, que se admire, por ejemplo con el recorrido que se hace por la historia del cálculo, mostrando el aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología. Haciendo que se genere una motivación intrínseca, que vaya más allá de obtener una calificación o aprobar una asignatura.

Desde *la enseñanza*, diseñando ambientes propicios para el aprendizaje, en donde exista integración interdisciplinaria, explorando lo que no se conoce, estableciendo relaciones entre los contenidos, cambiando el rol de transmisor a facilitador de aprendizaje, que orienta, guía, modera, facilita una adecuada dinámica en el sitio de aprendizaje, generando relaciones de armonía y confianza. Que se anticipe a circunstancias que le sirvan de apoyo para un proceso de enseñanza-aprendizaje que requiere y en donde predomina la novedad.

Un docente que crea desafíos continuamente, para que, a partir del desequilibrio, construya nuevas estructuras cognitivas y logre el aprendizaje significativo de sus estudiantes.

En cuanto al proceso metodológico, el enfoque de la investigación cualitativa permitió una perspectiva holística del problema, teniendo en cuenta al estudiante y su contexto, con un diseño de tipo descriptivo interpretativo que fue adecuado para la investigación, y que dio respuesta a los objetivos propuestos; porque se trató de hacer primero un estudio para describir los conocimientos previos que orientaran al diseño de la estrategia didáctica la misma que se aplicaría posteriormente para analizar los respectivos resultados.

## Referencias

- Aparicio, E., Jarero E. y Ávila, E. (2007). La reprobación y el rezago en cálculo. Un estudio sobre factores institucionales. *Premisa, Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática* (35), 3-12). Recuperado de [http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/revistas/PREMISA\\_APARICIO-JARE-RO-AVILA.pdf](http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/revistas/PREMISA_APARICIO-JARE-RO-AVILA.pdf)
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista latinoamericana de investigación matemática educativa*, 6(1), 27-40
- Díaz Barriga, F., Castañeda, y Lule, M. (1986). *Destrezas académicas básicas*. México: UNAM.
- Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista*. México: McGraw Hill.
- Hernández, H. y Oksana, K. (2000). La Pedagogía Tradicional. Tendencias Pedagógicas en la Realidad Educativa Actual, p. 90. La Habana: Editorial Universitaria.
- Negrete, J. (2010). *Estrategias para el aprendizaje*. México: Limusa.
- Proyecto Tuning. (2007). *Diseño del perfil de formación para un licenciado en matemáticas desde la perspectiva del Proyecto Tuning-América Latina*. Recuperado de <https://guayacan.uninorte.edu.co/divisiones/iese/lumen/ediciones/14/articulos/diseño-del-perfil-de-formación-para-un-licenciado-en-matem%C3%A1ticas-desde-la-perspectiva-del-proyecto-tuning-américa-latina.pdf>
- Rubio, A. y Álvarez, A. (2010). *Formación de formadores después de Bolonia*. Madrid: Ediciones Días de Santos.
- Sánchez-Matamoros, G., García, M. y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 267-296.
- Universidad Católica de Colombia. (2007). *Las competencias en el contexto educativo de la Universidad Católica de Colombia. Documento de trabajo. 2. Serie orientaciones académicas y curriculares*. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&tlng=es)